



## IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DE UM MODELO DE INTERCEPTAÇÃO UTILIZANDO UM ALGORITMO DE CALIBRAÇÃO AUTOMÁTICA

Debora Yumi de Oliveira <sup>1\*</sup> & Pedro Luiz Borges Chaffe <sup>2</sup> & João Henrique Macedo Sá <sup>3</sup>

**Resumo** – Os modelos hidrológicos possuem parâmetros cujos valores nem sempre podem ser obtidos a partir de relações com dados medidos em campo. Seus valores podem ser estimados por meio da calibração do modelo. Neste estudo, o algoritmo de calibração automática *differential evolution adaptive Metropolis* (DREAM) foi utilizado na identificação dos parâmetros de um modelo de interceptação a partir de dados observados de chuva interna de 60 eventos. A calibração foi realizada para cada evento separadamente. Foi verificada uma grande variação nos valores dos parâmetros conforme o evento utilizado na calibração. A utilização dos parâmetros obtidos a partir da calibração com eventos com chuva externa ( $P_g$ ) superior a 15 mm promoveu uma boa estimativa da chuva interna acumulada dos demais eventos, principalmente de eventos com  $P_g$  superior a 15 mm.

**Palavras-Chave** – Calibração automática; Modelo de Rutter; DREAM – *differential evolution adaptive Metropolis*.

## IDENTIFICATION OF A RAINFALL INTERCEPTION MODEL PARAMETERS USING AN AUTOMATIC CALIBRATION ALGORITHM

**Abstract** – Hydrological models often have parameters that can not be measured directly. Their values can be inferred by calibration. In the present study, the differential evolution adaptive Metropolis (DREAM) algorithm was used for the identification of rainfall interception model parameters. The model was calibrated against throughfall measurements of 60 rainfall events. The ranges of the parameters vary widely between individual rainfall events. The parameters obtained when calibrating the model using measurements of events with gross rainfall depth ( $P_g$ ) higher than 15 mm were able to produce reasonable cumulative throughfall predictions for the other events, especially for those with  $P_g$  higher than 15 mm.

**Keywords** – Automatic calibration; Rutter model; DREAM – differential evolution adaptive Metropolis.

## INTRODUÇÃO

O processo de interceptação redistribui temporal e espacialmente a água da chuva, influenciando a quantidade de água que chega ao solo. Um erro em sua estimativa (ou então sua desconsideração) pode causar, portanto, erros na simulação dos processos subsequentes. Dentre os modelos existentes utilizados para simular o processo de interceptação, o modelo de Rutter (Rutter *et al.*, 1971; Rutter *et al.*, 1975) é um dos mais utilizados, sendo empregado em diferentes tipos de florestas (Muzylo *et al.*, 2009).

<sup>1</sup> Curso de Graduação em Engenharia Sanitária e Ambiental, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, debora.yo@grad.ufsc.br

<sup>2</sup> Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, pedro.chaffe@ufsc.br.

<sup>3</sup> Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental – PPGEA, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, joao.h.sa@posgrad.ufsc.br

\* Autor Correspondente



Os modelos de interceptação possuem parâmetros que devem ser estimados adequadamente para que os resultados das simulações sejam confiáveis. Alguns parâmetros podem estar relacionados a características da bacia em estudo, podendo ser determinados através de medições realizadas em campo. Porém, alguns parâmetros englobam fenômenos que não foram representados pelos modelos, não podendo ser medidos diretamente. Uma forma de obter seus valores é a partir da calibração, onde se compara as saídas do modelo e os dados observados.

Os algoritmos de calibração automática realizam a busca em uma direção definida – como o método *Simplex* de Nelder e Mead (1965) – ou então de forma aleatória – como amostradores Monte Carlo. Algoritmos de busca em uma direção definida podem convergir para mínimos locais, enquanto que algoritmos de busca aleatória podem apresentar baixa taxa de convergência (Duan *et al.*, 1992). Em amostradores do tipo *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC), os novos pontos – cada ponto corresponde a um conjunto de parâmetros – são gerados a partir do elemento atual da cadeia; além disso, com uma certa probabilidade, a amostra é gerada de forma aleatória, promovendo uma melhor capacidade de exploração do algoritmo e evitando a convergência para mínimos locais (Beven, 2012).

Neste estudo o algoritmo DREAM foi utilizado na identificação dos parâmetros do modelo de Rutter para o caso esparso (Valente *et al.*, 1997). A calibração foi realizada a partir de dados observados de chuva interna de 60 eventos de precipitação.

## **MATERIAIS E MÉTODOS**

### **Área de estudo**

Os dados utilizados foram coletados na bacia experimental do rio Araçuaia, localizada no município de Rio Negrinho, norte do estado de Santa Catarina. A bacia possui uma área de 5,3 ha e é coberta por Floresta Ombrófila Mista secundária.

A chuva externa foi medida em um local sem cobertura florestal próximo à cabeceira da bacia. A medição de chuva interna foi realizada a partir de uma calha interligada a um pluviógrafo. Os dados de chuva externa e chuva interna foram registrados automaticamente a cada 5 min. Os dados meteorológicos (temperatura, umidade relativa, velocidade do vento e radiação incidente e refletida) foram medidos na estação meteorológica Feio, localizada a aproximadamente 3 km da bacia em estudo. O registro de dados meteorológicos foi realizado a cada 10 min.

Os dados considerados neste estudo correspondem ao período de 26/02/2014 a 06/10/2014, totalizando 223 dias de monitoramento. Falhas no registro de dados de chuva interna ocorreram de 08/05/2014 a 09/05/2014 e de 29/08/2014 a 09/09/2014. Estes períodos foram retirados da série de dados utilizada nas simulações. A série de dados foi dividida em eventos de precipitação considerando os seguintes critérios: (1) tempo mínimo entre um evento e outro (sem registro de chuva externa) de 12h; (2) chuva externa superior a 0,24 mm (correspondente a uma basculada no pluviógrafo). Durante o período monitorado foram identificados um total de 60 eventos com chuva externa variando de 0,48 mm a 352,37 mm.

### **Modelo de Rutter**

O modelo de Rutter (Rutter *et al.*, 1971; Rutter *et al.*, 1975) é um dos modelos mais utilizados para se estimar as perdas por interceptação em bacias florestais. Este modelo considera a árvore como um tanque de armazenamento, que possui como entrada a chuva incidente acima do dossel

(chuva externa –  $P_g$ ) e saídas por evaporação e drenagem (drenagem de copa e escoamento pelos troncos). A perda por interceptação pode ser determinada de maneira indireta a partir da diferença entre a chuva externa e a chuva líquida (soma entre chuva interna –  $Tf$  e escoamento pelos troncos –  $Sf$ ). Este modelo foi modificado por Valente *et al.* (1997) para florestas com vegetação esparsa, isto é, florestas com muitos espaços abertos entre as copas das árvores, com a divisão da bacia em dois compartimentos: a área coberta e a área descoberta. O balanço é realizado para cada compartimento separadamente, conforme apresentado na Figura 1. Esta versão do modelo considera que a água que chega aos troncos vem da copa, e não diretamente da precipitação incidente sobre os mesmos. O modelo de Rutter para o caso esparsa possui cinco parâmetros: fator de cobertura  $c$  (adimensional); capacidade de armazenamento de copa por unidade de cobertura  $S_c$  (mm); capacidade de armazenamento de tronco por unidade de cobertura  $S_{t,c}$  (mm); proporção de água desviada da copa para os troncos  $p_d$  (adimensional); e taxa de evaporação de tronco em relação à taxa de evaporação de copa  $\varepsilon$  (adimensional).

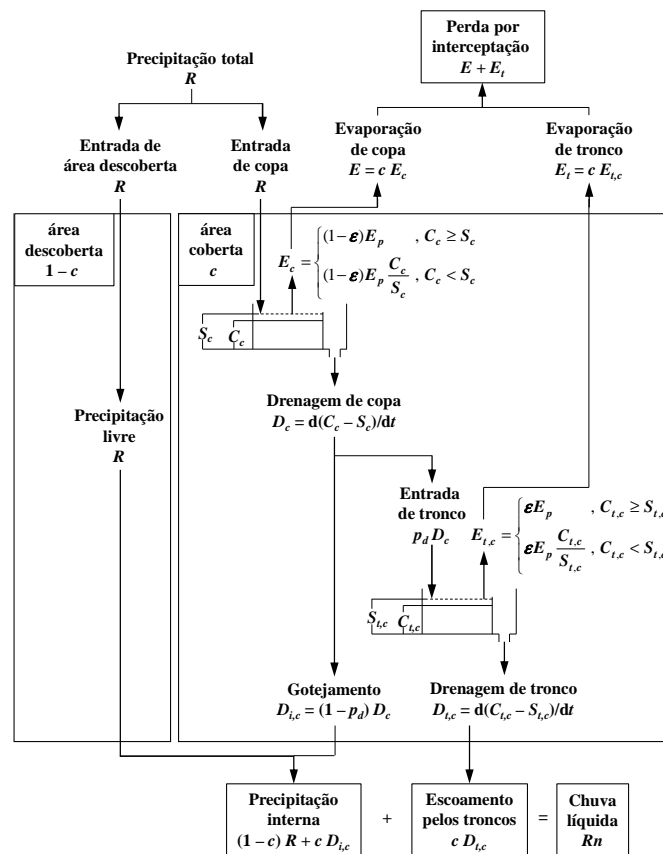


Figura 1. Fluxograma do modelo de Rutter para o caso esparsa (modificado de Valente *et al.*, 1997).  $R$  ( $\text{mm dia}^{-1}$ ) é a intensidade da chuva externa,  $c$  (adimensional) é o fator de cobertura,  $S_c$  (mm) é a capacidade de armazenamento de copa por unidade de cobertura,  $C_c$  (mm) é o armazenamento de copa por unidade de cobertura,  $E_p$  ( $\text{mm dia}^{-1}$ ) é a taxa de evaporação potencial,  $\varepsilon$  (adimensional) é a proporção da taxa de evaporação de tronco em relação à taxa de evaporação de copa,  $D_c$  ( $\text{mm dia}^{-1}$ ) é a taxa de drenagem de copa por unidade de cobertura,  $p_d$  é a proporção de água que é drenada da copa e direcionada para os troncos,  $S_{t,c}$  (mm) é a capacidade de armazenamento de tronco por unidade de cobertura,  $C_{t,c}$  (mm) é o armazenamento de tronco por unidade de cobertura.

## Differential evolution adaptive Metropolis (DREAM)

O algoritmo de calibração automática *differential evolution adaptive Metropolis* (DREAM) (Vrugt *et al.*, 2008; Vrugt *et al.*, 2009) é um amostrador MCMC que tem como bloco principal o



algoritmo *differential evolution Markov Chain* (DE-MC) proposto por ter Braak (2006). O DREAM combina características de algoritmos genéticos (evolução diferencial) com o critério Metropolis, que determina se os pontos amostrados (novos conjuntos de parâmetros) irão ser aceitos ou não. Para aumentar a taxa de convergência, o DREAM adapta a distribuição proposta durante a busca, possibilitando maiores saltos no início.

No algoritmo DE-MC,  $N$  cadeias de Markov rodam em paralelo. Os saltos em cada cadeia são realizados da seguinte maneira: (1) duas cadeias são amostradas entre as  $N - 1$  cadeias restantes; (2) a diferença entre os elementos destas duas cadeias (vetores  $\mathbf{x}^{r1}$  e  $\mathbf{x}^{r2}$ , cada um representando um conjunto de parâmetros) é multiplicada por um fator  $\gamma$ ; (3) um vetor aleatório  $\mathbf{e}$  é amostrado de uma distribuição simétrica estreita; (4) a soma entre a diferença dos dois vetores e o vetor aleatório é adicionada ao elemento da cadeia a partir do qual o salto está sendo realizado ( $\mathbf{x}^i$ ).

O algoritmo DREAM surgiu a partir de três adaptações implementadas no DE-MC (Vrugt *et al.*, 2008): (1) atualização de um elemento de  $\mathbf{x}$  com probabilidade de *crossover*  $CR$ , isto é, nem todas as dimensões de  $\mathbf{x}$  são atualizadas simultaneamente; (2) maior número de pares de cadeias utilizado nos saltos, permitindo um aumento na diversidade da distribuição proposta; (3) remoção de cadeias consideradas como *outliers*, que fariam com que a convergência demorasse muito tempo para ser atingida. No algoritmo DREAM a amostra é gerada a partir de:

$$\mathbf{z}^i = \mathbf{x}^i + \gamma(\delta) \cdot \sum_{j=1}^{\delta} \mathbf{x}^{r_1(j)} - \gamma(\delta) \cdot \sum_{n=1}^{\delta} \mathbf{x}^{r_2(n)} + \mathbf{e} \quad (1)$$

sendo  $\mathbf{x}^i$  o elemento atual da  $i$ -ésima cadeia ( $i = 1, \dots, N$ );  $\gamma$  um fator de escala relacionado ao tamanho do salto;  $\delta$  o número de pares de cadeias utilizadas para gerar a amostra;  $r_1(j)$  e  $r_2(n) \in \{1, \dots, N\}$  com  $r_1(j) \neq r_2(n) \neq i$  para  $j = 1, \dots, \delta$  e  $n = 1, \dots, \delta$ ;  $\mathbf{e}$  um vetor amostrado de uma distribuição normal  $N(0, b)$  com  $b$  pequeno. Um ponto é aceito ou não à sequência com probabilidade  $\alpha$  (critério Metropolis):

$$\alpha(\mathbf{x}^i, \mathbf{z}^i) = \begin{cases} \min\left(\frac{\pi(\mathbf{z}^i)}{\pi(\mathbf{x}^i)}, 1\right) & \text{se } \pi(\mathbf{x}^i) > 0 \\ 1 & \text{se } \pi(\mathbf{x}^i) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Neste estudo a densidade  $\pi(\mathbf{x})$  foi calculada para cada ponto  $j$  ( $j = 1, \dots, N$ ) por (Vrugt *et al.*, 2003; Box e Tiao, 1973):

$$\pi(\mathbf{x}) = \left[ \sum_{j=1}^T (o_j(\mathbf{x}) - \hat{o}_j)^2 \right]^{-\frac{1}{2T}} \quad (3)$$

sendo  $o_j(\mathbf{x})$  a variável simulada com o conjunto de parâmetros  $\mathbf{x}$  no passo de tempo  $j$ ,  $\hat{o}_j$  a variável observada no passo de tempo  $j$ , e  $T$  o número de passos de tempo.

O valor de  $\gamma$  deve ser definido pelo usuário. Neste trabalho foi adotado  $\gamma = 2,38/\sqrt{(2\delta d)}$  (ter Braak, 2006) e  $N = 2d$ , sendo  $d$  a dimensão do problema (número de elementos de  $\mathbf{x}$ ). O primeiro elemento de cada cadeia foi amostrado de uma distribuição uniforme com limites apresentados na Tabela 1.



Tabela 1. Intervalos dos parâmetros do modelo de Rutter para o caso esparsos utilizados como informação prévia na calibração.

Parâmetro	Descrição	Intervalo		Unidade
		Mín	Máx	
$c$	Fator de cobertura	0	1	-
$S_c$	Capacidade de armazenamento da copa por unidade de cobertura	0	20	mm
$S_{t,c}$	Capacidade de armazenamento de tronco por unidade de cobertura	0	10	mm
$p_d$	Proporção de água desviada da copa para os troncos	0	1	-
$\varepsilon$	Proporção da taxa de evaporação de tronco em relação à taxa de evaporação da copa	0	1	-

A calibração do modelo de interceptação foi realizada a partir de dados observados de chuva interna para cada um dos 60 eventos identificados no período monitorado. Do total de 25.000 iterações realizadas com o algoritmo DREAM, as primeiras 15.000 foram descartadas (número de iterações considerado suficiente para convergência do algoritmo); assim, a faixa de variação para os parâmetros após calibração foi obtida a partir das últimas 10.000 simulações.

A calibração foi seguida pela validação dos resultados, processo em que o modelo é testado com uma série de dados independente daquela utilizada na calibração, para verificar sua confiabilidade. Neste estudo, a validação foi realizada com a totalidade da série de dados disponível (60 eventos), sendo calculado o erro relativo da chuva interna acumulada para cada evento, conforme a seguinte equação:

$$ER(\mathbf{x}) = \frac{\left| \sum_{j=1}^T \hat{o}_j - \sum_{j=1}^T o_j(\mathbf{x}) \right|}{\sum_{j=1}^T \hat{o}_j} \times 100 \quad (4)$$

onde  $ER(\mathbf{x})$  é o erro relativo para o conjunto de parâmetros  $\mathbf{x}$ .

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

As faixas de valores dos parâmetros obtidas na calibração para cada evento são apresentadas na Figura 2. Os diagramas de caixa foram construídos com as últimas 10.000 amostras geradas pelo algoritmo DREAM, cada um representando um evento, apresentados em ordem crescente de chuva externa ( $P_g$ ). Verifica-se que há uma variação da faixa de valores dos parâmetros conforme o evento utilizado na calibração. Eventos com  $P_g$  inferior a 2 mm (eventos à esquerda da linha tracejada) não possibilitaram a redução da faixa inicialmente atribuída aos parâmetros do modelo. Resultado similar foi obtido para os 22º, 35º e 36º eventos (destacados em vermelho). Nestes eventos, a chuva interna observada foi superior à chuva externa, o que pode ter ocorrido por uma concentração do gotejamento da copa sobre a área de coleta de chuva interna. A calibração com dados observados de chuva interna não possibilita a identificação do parâmetro  $S_{t,c}$ . Para a identificação deste parâmetro seria necessário utilizar medições de escoamento pelos troncos.

Os erros relativos ( $ER$ ) da chuva interna acumulada ao final de todo o período monitorado, calculados para cada faixa de valores dos parâmetros obtida na calibração, são apresentados na Figura 3a. Verifica-se que foram obtidos menores valores de  $ER$  para eventos com  $P_g$  superior a 15 mm (pontos à direita da linha tracejada). Os resultados das simulações com a faixa de valores dos parâmetros obtida a partir da calibração do 30º evento ( $P_g$  de 35 mm) são apresentados na Figura 3b. Como pode ser observado, foi obtido um bom ajuste da série simulada à série observada.

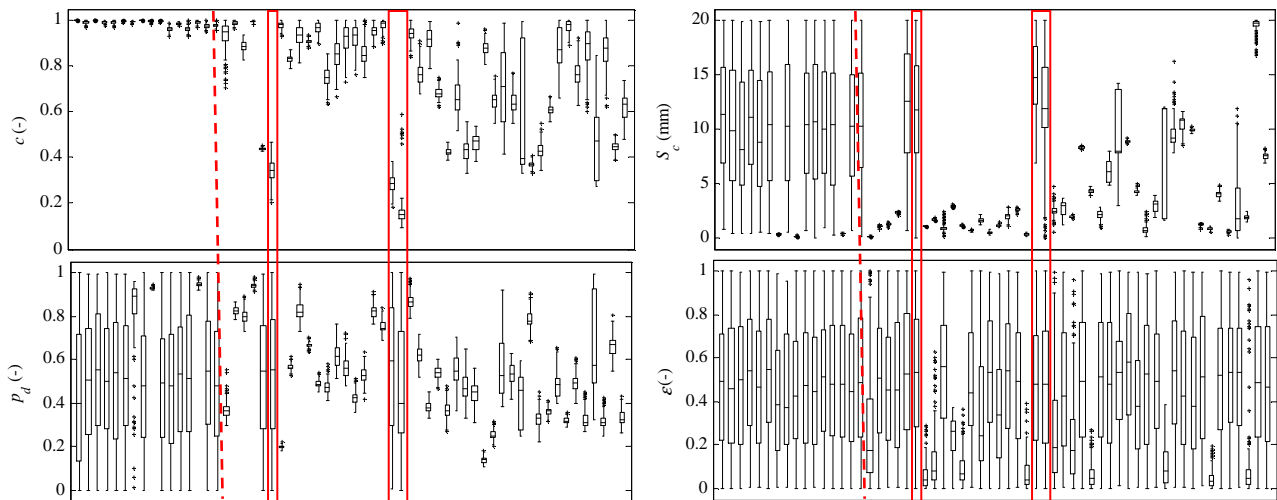


Figura 2. Variação dos valores dos parâmetros do modelo de Rutter para o caso esparsos em função da chuva externa ( $P_g$ ) (cada diagrama de caixa representa os resultados de um evento – eventos são apresentados em ordem crescente de  $P_g$ ). Os diagramas de caixa foram construídos utilizando as últimas 10.000 amostras geradas pelo algoritmo DREAM. Cada diagrama é composto por uma caixa e duas hastes: a marca central da caixa representa a mediana do conjunto de dados (percentil 50); a linha inferior e superior da caixa indicam respectivamente os percentis 25 ( $Q_1$ ) e 75 ( $Q_3$ ); as hastes marcam os valores  $Q_1 - 1,5 IQR$  e  $Q_3 + 1,5 IQR$ , sendo  $IQR$  o intervalo interquartil ( $IQR = Q_3 - Q_1$ ); os pontos fora destes limites são considerados *outliers*.

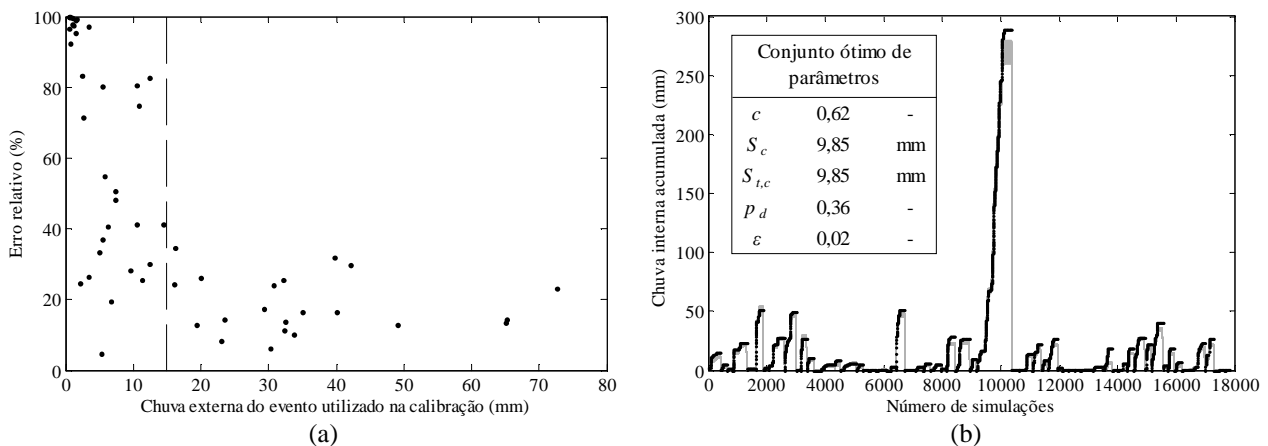


Figura 3. (a) Erro relativo da chuva interna acumulada ao final do período em função da chuva externa ( $P_g$ ) do evento utilizado na calibração. (b) Validação dos resultados para a faixa de valores dos parâmetros obtida com o 30º evento ( $P_g$  igual a 35 mm) (pontos representam dados observados e linhas em cinza os resultados das simulações; o valor de chuva interna acumulada foi zerado ao final de cada evento).

Os erros relativos calculados para a chuva interna acumulada de cada evento são apresentados na Figura 4. Cada coluna representa os resultados da validação para uma faixa de parâmetros obtida na calibração. Os eventos a partir dos quais foram estimadas as faixas de valores dos parâmetros são apresentados em ordem crescente de chuva externa da esquerda para a direita. Como a calibração resultou em uma faixa de valores para os parâmetros, e não em apenas um conjunto ótimo de parâmetros, as simulações resultaram também em uma faixa de valores de chuva interna. Na Figura 4 são apresentados os valores máximos de erro relativo encontrados. Optou-se por considerar os valores máximos de erro relativo uma vez que os erros relativos mínimos poderiam estar relacionados a situações em que a faixa de valores para os parâmetros foi ampla (calibração sem redução significativa da faixa inicialmente atribuída aos parâmetros). Nestes casos, a faixa de valores de chuva interna simulada poderia abranger o valor observado, e o erro relativo mínimo





seria zero. De maneira geral, os erros relativos para eventos com  $P_g$  inferior a 5 mm resultaram em valores próximos a 100% (principalmente em eventos com  $P_g < 2$  mm) não sendo incluídos na Figura 4 para facilitar a visualização dos demais resultados.

Um valor elevado de erro relativo pode estar associado a duas situações distintas: (1) grande divergência entre os valores de chuva interna simulados e observados; (2) ampla faixa de valores para os parâmetros após a calibração. Verifica-se que eventos com chuva externa inferior a 15 mm não resultaram em uma faixa de valores para os parâmetros capaz de fornecer um bom ajuste da série simulada à série observada – quadrantes superior esquerdo e inferior esquerdo na Figura 4. De maneira geral, eventos com chuva externa superior a 15 mm proporcionaram melhores resultados tanto para eventos menores ( $P_g < 15$  mm) – quadrante superior direito na Figura 4, quanto para eventos com  $P_g$  superior a 15 mm – quadrante inferior direito na Figura 4.

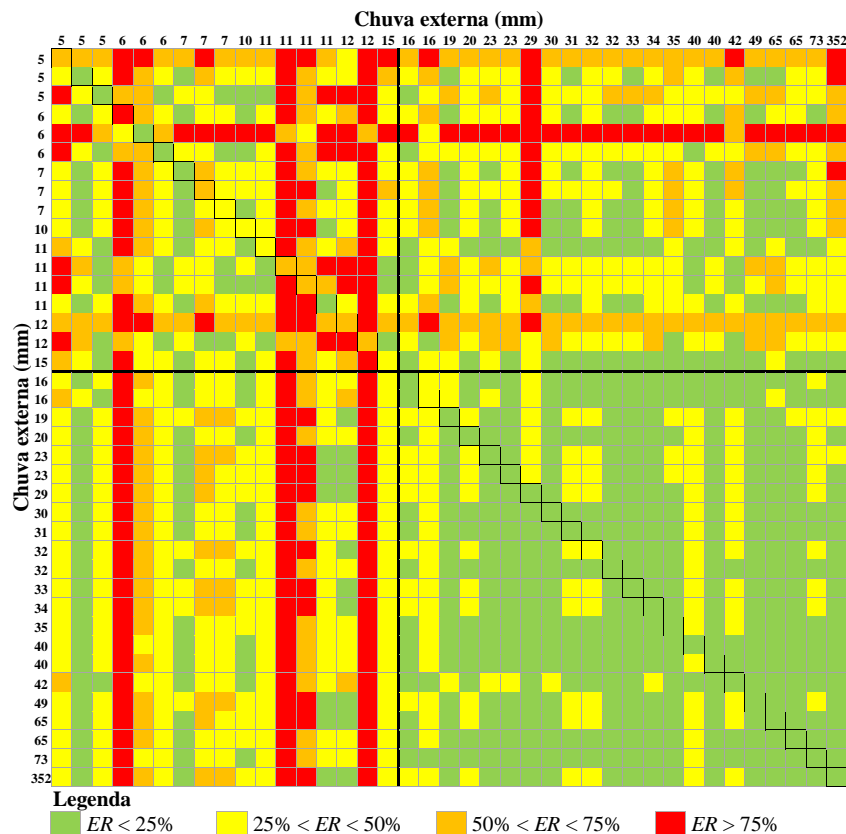


Figura 4. Erro relativo ( $ER$ ) da chuva interna acumulada por evento. Em cada coluna são apresentados os resultados da validação para uma faixa de valores dos parâmetros obtida na calibração. As células com contorno em preto representam os erros relativos obtidos na calibração (evento utilizado na obtenção dos valores dos parâmetros é o mesmo do empregado no cálculo do erro relativo).

## CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Foi verificada uma variação nos valores dos parâmetros ao se utilizar diferentes eventos na calibração. A utilização de eventos com  $P_g$  abaixo de 2 mm na calibração do modelo de interceptação não possibilitou uma redução significativa da faixa de valores inicialmente atribuída aos parâmetros. Eventos com  $P_g$  inferior a 15 mm possibilitaram a identificação de uma faixa de valores para os parâmetros que, entretanto, não proporcionaram bons resultados ao ser empregada nas simulações com os demais eventos. De forma geral, a calibração com eventos com  $P_g$  superior a



15 mm resultou em faixas de valores para os parâmetros que proporcionaram boas estimativas da chuva interna acumulada dos demais eventos, principalmente de eventos com  $P_g$  superior a 15 mm.

Cabe salientar que neste trabalho a calibração foi realizada apenas com dados de chuva interna, o que não permite a identificação de todos os parâmetros do modelo (parâmetro  $S_{t,c}$ , relacionado ao escoamento pelos troncos, não pode ser identificado). Para a estimativa dos valores de todos os parâmetros é necessário que a calibração seja realizada a partir de dados de chuva interna e escoamento pelos troncos.

## REFERÊNCIAS

- BEVEN, K.J. (2012). *Rainfall Runoff Modelling: The Primer*. 2. ed. Wiley-Blackwell, Chichester, 488 p.
- BOX, G.E.P.; TIAO, G.C. (1973). *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Addison-Wesley, Reading, 588 p.
- DUAN, Q.; SOROOSHIAN, S.; GUPTA, V. (1992). Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models. *Water Resour. Res.*, 28(4), pp.1015-1031.
- MUZYLO, A.; LLORENS, P.; VALENTE, F.; KEIZER, J.J., DOMINGO, F.; GASH, J.H.C. (2009). A review of interception modelling. *J. Hydrol.*, 370, pp.191-206.
- NELDER, J.A.; MEAD, R. (1965). A simplex method for function minimization. *Comput. J.*, 7, pp.308-313.
- RUTTER, A.J.; KERSHAW, K.A.; ROBINS, P.C.; MORTON, A.J. (1971). A predictive model of rainfall interception in forests, I. Derivation of the model from observations in a plantation of Corsican Pine. *Agr. Meteorol.*, 9, pp.367-384.
- RUTTER, A.J.; MORTON, A.J.; ROBINS, P.C. (1975). A predictive model of rainfall interception in forests, II. Generalization of the model and comparison with observations in some coniferous and hardwood stands. *J. Appl. Ecol.*, 12(1), pp.367-380.
- ter BRAAK, C.J.F. (2006). A Markov Chain Monte Carlo version of the genetic algorithm Differential Evolution: easy Bayesian computing for real parameter spaces. *Stat. Comput.*, 16(3), pp.239-249.
- VALENTE, F.; DAVID, J.S.; GASH, J.H.C. (1997). Modelling interception loss for two sparse eucalypt and pine forests in central Portugal using reformulated Rutter and Gash analytical models. *J. Hydrol.*, 190, pp.141-162.
- VRUGT, J.A.; GUPTA, H.V.; BOUTEN, W.; SOROOSHIAN, S. (2003). A Shuffled Complex Evolution Metropolis algorithm for optimization and uncertainty assessment of hydrologic model parameters. *Water Resour. Res.*, 39(8).
- VRUGT, J.A.; ter BRAAK, C.J.F.; CLARK, M.P.; HYMAN, J.M.; ROBINSON, B.A. (2008). Treatment of input uncertainty in hydrologic modeling: Doing hydrology backward with Markov chain Monte Carlo simulation. *Water Resour. Res.*, 44(12).
- VRUGT, J.A.; ter BRAAK, C.J.F.; DIKS, C.G.H.; ROBINSON, B.A.; HYMAN, J.M.; HIGDON, D. (2009). Accelerating Markov chain Monte Carlo simulation by differential evolution with self-adaptive randomized subspace sampling. *Int. J. Nonlinear Sci.*, 10(3), pp.271-288.